

Die magnetischen Momente

von K^{39} , K^{41} , Y^{89} , Ag^{107} und Ag^{109}

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT II

der

UNIVERSITÄT ZÜRICH

von

ERNST BRUN

aus Kriens (Luzern)

Begutachtet von

Prof. Dr. H. H. Staub

Zürich 1954



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41507224_0094

Die magnetischen Momente

von K^{39} , K^{41} , Y^{89} , Ag^{107} und Ag^{109}

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT II

der

UNIVERSITÄT ZÜRICH

von

ERNST BRUN

aus Kriens (Luzern)

Begutachtet von

Prof. Dr. H. H. Staub

Zürich 1954



DIE MAGNETISCHEN MOMENTE VON

$^{19}\text{K}^{39}$, $^{19}\text{K}^{41}$, $^{39}\text{Y}^{89}$, $^{47}\text{Ag}^{107}$ UND $^{47}\text{Ag}^{109}$ 1)

Die Atomkerne, ausgenommen diejenigen mit gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl, besitzen im Grundzustand als eine charakteristische Eigenschaft einen mechanischen Drehimpuls I (Spin) und ein magnetisches Moment μ . Messungen dieser Grössen wurden in den letzten Jahren an vielen Kernen ausgeführt und zwar nach folgenden Methoden:

- a) Hyperfeinstrukturuntersuchungen²⁾
- b) Atomstrahlversuche³⁾
- c) Kerninduktions⁴⁾ und Kernabsorptionsexperimente⁵⁾.

Der Spin I eines Korns kann im allgemeinen aus der Anzahl der Linien eines HFS-Multipletts des optischen Spektrums genau bestimmt werden, da er nur diskrete Werte, nämlich ganz- oder halbzahlige Vielfache von $\hbar/2\pi$ (h = Plancksche Konstante) annehmen kann. Die Bestimmung des magnetischen Moments μ eines Korns aus der HFS setzt neben der Kenntnis des Spins auch die Kenntnis des durch die Hüllenelektronen am Kernort erzeugten Magnetfeldes voraus. Da dieses Feld nicht direkt gemessen werden kann, so ist man gezwungen, es quantenmechanisch aus der Elektronenverteilung der Hülle zu berechnen. Fermi, Segré und Goudsmit haben diese Berechnung durchgeführt und eine nach ihrem Namen benannte Formel⁶⁾ entwickelt, die es ermöglicht, das Magnetfeld der Hüllenelektronen am Kernort für jeden speziellen Fall zu berechnen. Da es sich bei diesen Berechnungen, ausser im Falle des Wasserstoffatoms, nur um Näherungen handeln kann, so zeigen die aus HFS-Untersuchungen bestimmten magnetischen Momente in vielen Fällen recht grosse Abweichungen von den direkt gemessenen Momenten, wie es die beiden andern Methoden ermöglichen.

Die in dieser Arbeit angegebenen magnetischen Momente der Kerne K^{39} , K^{41} , Y^{89} , Ag^{107} und Ag^{109} wurden mit der Kerninduktionsmethode bestimmt. Die zu untersuchenden Kerne wurden in ein äusseres, direkt zu messendes Magnetfeld H_0 gebracht. Durch ein oszillierendes Magnetfeld von der Amplitude $2H_1$ wurden Uebergänge zwischen den Zeeman-Niveaus induziert, wobei für $\omega_{\text{HF}} = \gamma H_0$ (ω_{HF} : Kreisfrequenz des Wechselfeldes, γ : gyromagnetisches Verhältnis der betreffenden Kerne) die bekannten Resonanzphänomene⁴⁾ beobachtet wurden. Durch Messung von ω_{HF} und H_0 wurde γ und, da der Spin aus HFS-Untersuchungen bekannt war, gemäss der Beziehung $\gamma = \frac{\mu}{I\hbar}$ das magnetische Moment berechnet. Die Messungen waren insofern schwierig, als es sich zum Teil um Kerne mit extrem kleinem magnetischen Moment (Y^{89} , Ag^{107} , und Ag^{109}), zum Teil mit kleiner natürlicher Häufigkeit (K^{41}) handelte. Es war deshalb notwendig eine Messapparatur zu entwickeln, deren Empfindlichkeit und Stabilität die theoretisch möglichen Grenzen erreicht.

I. DIE APPARATUR

Im prinzipiellen Aufbau wurde die von Loeliger⁷⁾ detailliert beschriebene Apparatur verwendet. Der elektronisch gesteuerte Hochspannungsmagnet wurde durch Erhöhung der Verstärkung des Reguliernetzwerkes und den Einbau eines LC-Siebgliedes nach dem Gleichrichter besser stabilisiert. (Fig.2) Der Stabilisierungsfaktor beträgt $S = 2000$, so dass sich das Magnetfeld von 10000 Gauss bei einer 10%igen Primärspannungsschwankung nur um 0,5 Gauss ändert. Der einstufige Hochfrequenzsender wurde durch einen zweistufigen (Fig.1) ersetzt. Dieser zeichnet sich vor allem durch gute Frequenz- und Amplitudenkonstanz der Ausgangsspannung aus.

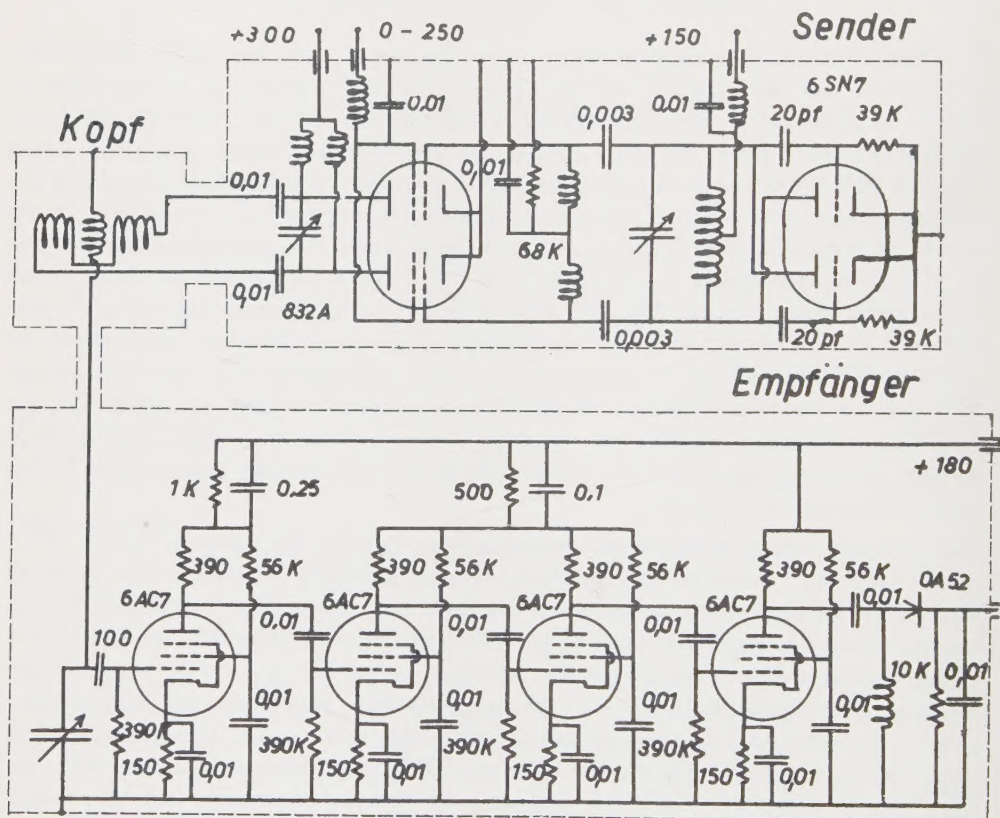
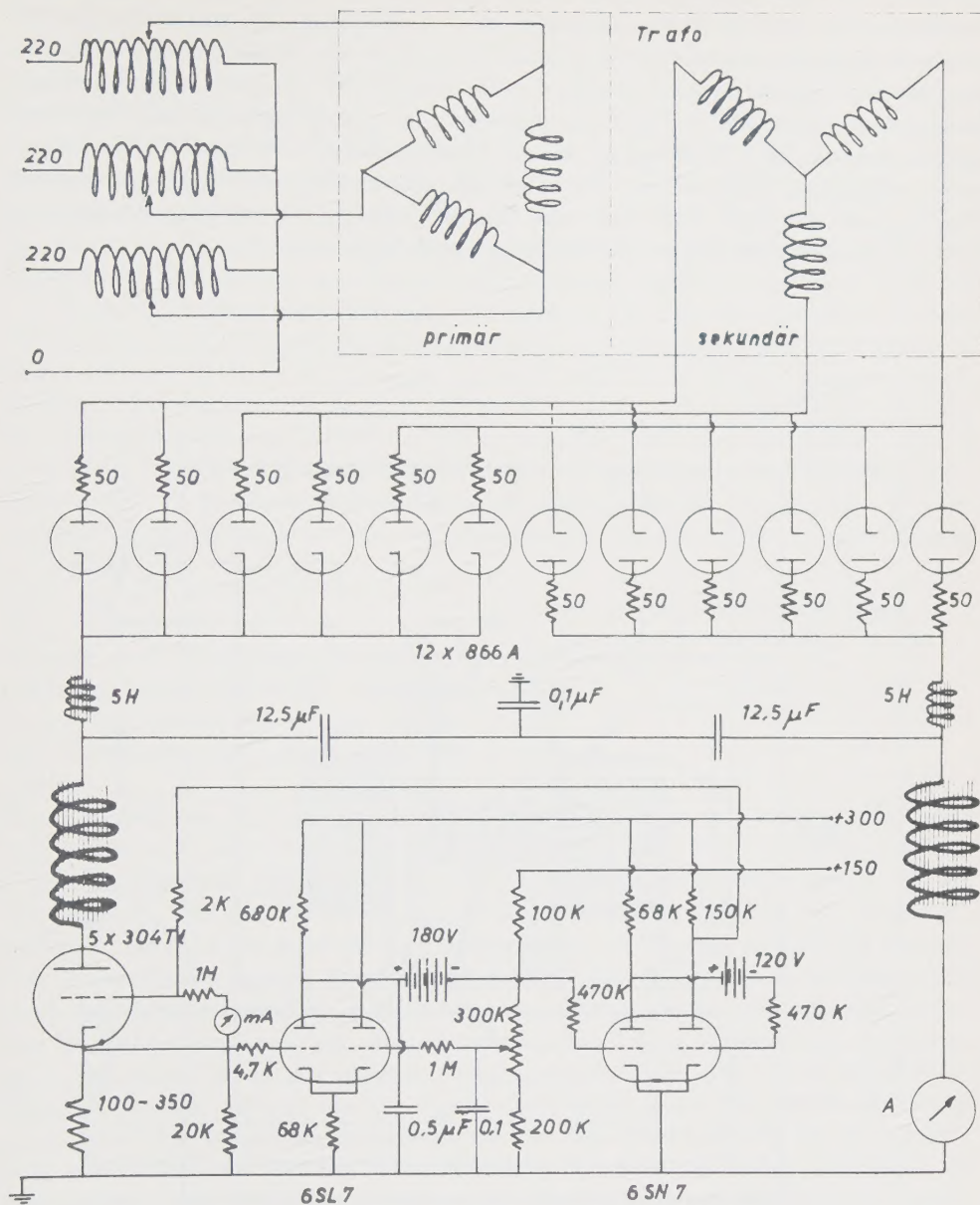


Fig.1. Schaltschema von Sender und Empfänger.

An Stelle des zweistufigen abgestimmten HF-Empfängers wurde ein neunstufiger Breitbandverstärker mit einem einzigen abstimmbaren Eingangsgitterkreis gebaut, der sehr einfaches Abstimmen erlaubt und ausserdem ein ca. 5 mal besseres Signal-Rauschen Verhältnis ergibt. Der zweistufige HF-Sender wie auch der Breitbandverstärker wurden nach den von Weaver⁸⁾ angegebenen Schaltungen gebaut. Der neun-

Spannungsgerät und Regulator für Magnet



stufige Breitbandverstärker zeigte aber im Laufe des Betriebs grosse Störungen, die immer von den dabei benutzten Miniaturpentoden vom Typ 6AK5 (Gitterstrom!) herrührten. Da nur mit Frequenzen von maximal 6 MH gearbeitet wurde, konnte dieser Breitbandverstärker durch einen vierstufigen mit annähernd gleichen Eigenschaften (Verstärkung: $G = 80$, Bandbreite: 6 MH) ersetzt werden. dessen Schaltschema ebenfalls in Fig.1 wiedergegeben ist und bei dem normale Pentoden benutzt werden. Der Niederfrequenz- und phasensensitive "Lock in" Verstärker wurde ungeändert übernommen. Der Kopf mit den Sender- und Empfänger-Spulen (Fig.3) wurde ebenfalls nach dem von Weaver⁸⁾ angegebenen Prinzip konstruiert, da durch diese Ausführung gute Stabilität gewährleistet wird.

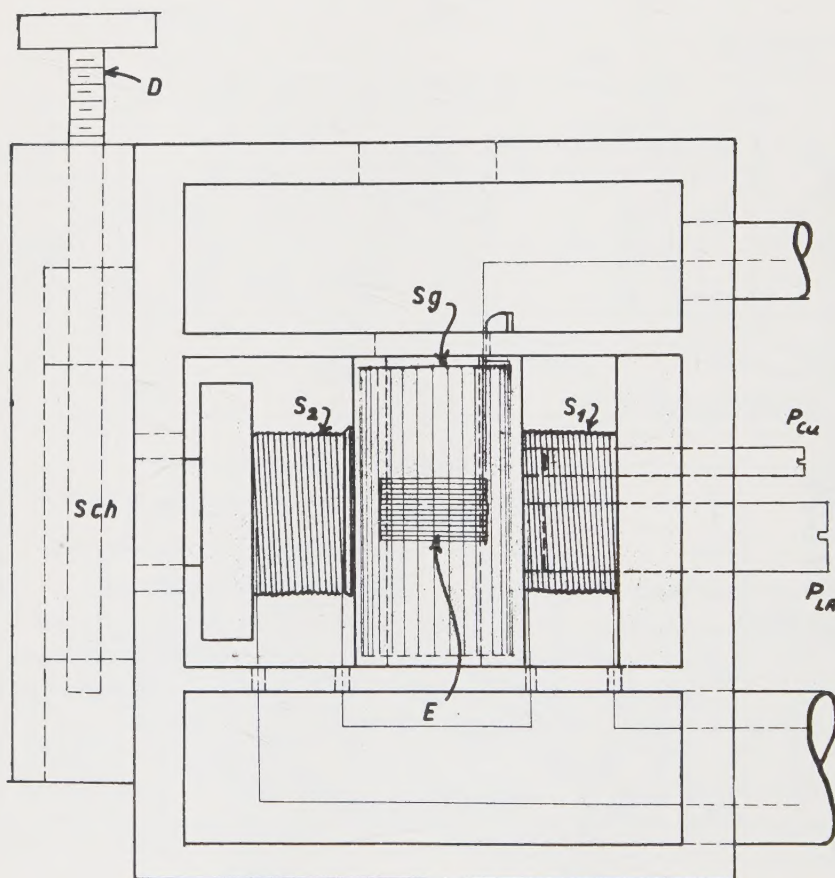


Fig.3 Schnitt durch den Kopf mit den wesentlichsten Bestandteilen.

Von den beiden Senderspulen S_1 und S_2 (siehe Fig.3) ist S_1 fest mit dem Rahmen verschraubt, während S_2 auf einem beweglichen, aber mechanisch äusserst stabilen, V-förmigen Schlitten Sch befestigt ist. Mit Hilfe einer Differentialschraube D kann der Schlitten und damit die Spule S_2 vertikal auf und ab bewegt und so die Achse der Senderspulen zur Achse der Empfängerspule E senkrecht gestellt werden. Besonderer Wert wurde darauf gelegt Sender und Empfänger möglichst vollständig von einander zu entkoppeln. Zu diesem Zweck sind die Spulen S_1 , S_2 und E durch Messingwände, die fest mit dem Rahmen des Kopfes verlötet sind, von den Zuleitungsdrähten abgeschirmt. Sender- und Empfänger - Spulen ihrerseits sind durch ein Schirmgitter Sg, wie es in Fig.3 eingezeichnet ist, elektrostatisch voneinander entkoppelt. Die magnetische Entkopplung von Sender und Empfänger geschieht ebenfalls nach der von Weaver⁸⁾ beschriebenen Methode: Induziert ein HF-Feld (Leckfeld) in der Empfängerspule eine HF-Spannung (Leckspannung), so ist dieses Feld nicht genau in Phase mit dem HF-Feld des Senders, da zum Leckfeld ein Beitrag von den Wirbelströmen in den Metallteilen, welcher infolge der endlichen Leitfähigkeit des Metalls eine Phasenverschiebung aufweist, hinzukommt. Man denkt sich daher das Leckfeld in zwei um $\pi/2$ phasenverschobene Komponenten aufgespalten, wobei diejenige Komponente, die mit dem Senderfeld in Phase ist, die v-Leckspannung, die dazu $\pi/2$ phasenverschobene Komponente die u-Leckspannung induziert. Die v-Leckspannung wird durch die verschiebbare Senderspule S_2 und ein kleines Kupferpaddle P_{Cu} (Fig.3), das zur Feineinstellung benötigt wird, kontrolliert; die u-Leckspannung dagegen durch ein LR-Paddle P_{LR} (Fig.3 und 4), das ein zum Senderfeld $\pi/2$ phasenverschobenes Leckfeld erzeugt.

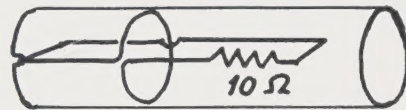


Fig.4

Diese Methode hat sich sehr gut bewährt, wobei allerdings auf folgende Schwierigkeit aufmerksam gemacht werden muss. Bekanntlich wird zum Aufsuchen von Signalen das konstante Magnetfeld H_0 mit einem sinusoidalen Wechselfeld von der Amplitude H_m und der Frequenz ν_m , die im vorliegenden Fall 75 sec^{-1} beträgt, moduliert. Ist H_m klein gegenüber der Linienbreite der Signale, so sind die tatsächlich beobachteten Signale ebenfalls sinusoidal. Die Erfahrung hat gezeigt, dass durch das Modulationsfeld im Kopf Vibrationen erzeugt werden, die eine Modulation des HF-Feldes bewirken und sich als künstliches Signal (Potato) bemerkbar machen. Besonders bei relativ grossen Modulationsamplituden sind diese künstlichen Signale bedeutend grösser als die eigentlichen Kernsignale. Sie können allerdings nur auf der v-Leckspannung beobachtet werden. Aus diesem Grunde ist es von Vorteil, ausschliesslich mit der u-Leckspannung zu arbeiten, wobei allerdings die Schwierigkeit noch keineswegs behoben ist. Aendert sich aus irgend einem Grunde die Leckspannung, so dass neben der u-Leckspannung auch die v-Leckspannung auftritt (unglücklicherweise ändert sich nur diese), so erscheint sofort dieses künstliche Signal, das sich nach der phasensensitiven Gleichrichtung im aufzeichnenden Instrument als starke Schwankung bemerkbar macht und so das Suchen nach

Kernsignalen verunmöglicht. Es ist deshalb unumgänglich alles zu versuchen, um die Leckspannung konstant zu halten. Die erste Voraussetzung dafür ist die schon besprochene mechanische Stabilität. Weiter hat sich gezeigt, dass auch die Drähte des Schirmgitters S_g eine Paddlewirkung besitzen. Deshalb ist es notwendig, um Konstanz der Leckspannung zu erhalten, (vor allem bei Erwärmung und Abkühlung und den damit verbundenen Deformationen des Kopfes) dass diese Paddlewirkung so klein wie nur möglich gemacht wird. Dies wird dadurch erreicht, dass das Gitter nur so dicht gewunden wird um zur elektrostatischen Entkopplung zu reichen. Ferner muss der Abstand zwischen Gitter und Empfängerspule gross gehalten werden. Beim beschriebenen Kopf genügen 72 über den ganzen Umfang gleichmässig verteilte 0,3 mm dicke Kupferdrähte in einem Abstand von ca. 3 mm von der Empfängerspule. Um gute elektrische Kontakte zwischen den Wänden und dem Rahmen zu gewährleisten, wurden diese Teile vergoldet. Die Dicke der Vergoldung beträgt 10 Mikron.

Bei nicht allzu grossen Temperaturschwankungen im Kopf kann diese Apparatur bis zu 10 Stunden im Betrieb gehalten werden, ohne dass Leckspannungsänderungen beobachtet werden, wobei allerdings $2 H_1 < 0,6 \text{ G.}$ sein muss. Die Empfindlichkeit der Apparatur wird durch das in Fig.5 wiedergegebene Signal von O^{17} in gewöhnlichem Wasser mit dem in der Einheit des Kernmagnetons ausgedrückten magnetischen Moment $\mu = -1,8928 \text{ n.m.}$, dem Spin $I = 5/2$ und der natürlichen Häufigkeit $f = 0,039\%$ dokumentiert.

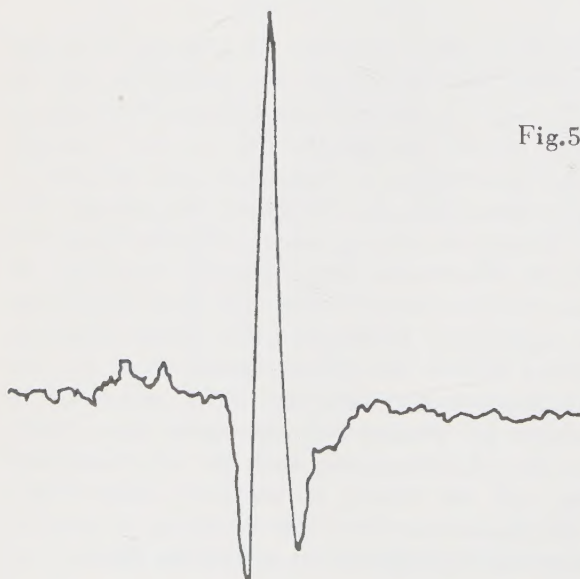


Fig.5 Signal von O^{17} in H_2O

$$H_o = 8000 \text{ Gauss}$$

$$H_1 = 0,1 \text{ Gauss}$$

$$H_m = 0,4 \text{ Gauss}$$

II. EXPERIMENTELLE RESULTATE

Die nach der Kerninduktionstechnik gemessenen Momente von K^{39} , K^{41} , Y^{89} , Ag^{107} und Ag^{109} waren aus HFS-Untersuchungen bzw. Atomstrahlversuchen näherungsweise bekannt. Zum Suchen der Signale konnte man sich deshalb auf relativ kleine Bereiche beschränken. Es wurde folgendermassen vorgegangen: die Frequenz des HIF-Senders wurde gemäss der Resonanzbedingung $\omega_{HIF} = \gamma H_0$ so eingestellt, dass in einem Feld H_0 von ca. 10 000 Gauss Resonanz auftreten musste; durch langsames Variieren des Magnetfeldes (ca. 1,5 Gauss pro Minute) wurden die Signale obiger Kerne gefunden. Zur Bestimmung der exakten Werte der magnetischen Momente wurde ein zweiter, kleiner Kopf (Fig.6) unmittelbar zwischen den Suchkopf und den einen Polschuh des Magneten eingebracht. Dieser Messkopf besteht aus einer einzigen Spule, die auf einen zylindrischen Plexiglaskörper von 6 mm Durchmesser gewunden ist, und die zusammen mit einem Drehkondensator den Tankkreis des von Pound⁹⁾ entwickelten regenerativen Senders bildet.

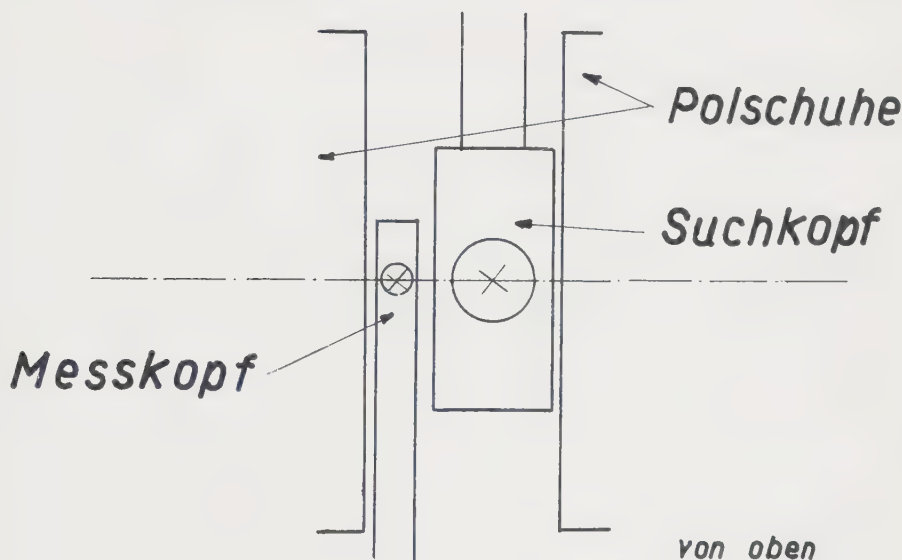


Fig.6

Es wurde genau darauf geachtet, dass die Probe des Poundschen Messkopfes und die Probe des Suchkopfes auf die Achse des Magnetfeldes zu liegen kamen. Experimentell wurde festgestellt, dass dann das äussere Feld für beide Proben innerhalb der Ablesegenauigkeit von $\pm 0,1$ Gauss ($H_0 = 10\,000$ Gauss) das gleiche war. Im Messkopf wurde das Protonenabsorptionssignal in einer Probe H_2O von 3mm Länge und 3mm Durchmesser und einem 0,1 molaren Zusatz paramagnetischer Mn^{+2} Ionen beobachtet.

Eine Kontrollmessung des Verhältnisses der magnetischen Momente vom Proton und Deuteron ergab den Wert $\mu_D/\mu_p = 0,03702 \pm 0,00001$. Dieser Wert ist innerhalb der Fehlergrenze in sehr guter Übereinstimmung mit dem bekannten Wert $\mu_D/\mu_p = 0,3070125 \pm 0,0000030$.¹⁰⁾

Zur Bestimmung des magnetischen Moments μ_x wurde im Suchkopf bei konstant gehaltener Frequenz ν_x durch Variieren des Feldes H_0 auf Resonanz eingestellt. Gleichzeitig wurde mit dem Messkopf durch Variieren der Frequenz ν_p das Protonensignal beobachtet. Aus der gleichzeitigen Messung der beiden Frequenzen ν_x und ν_p wurde dann das Verhältnis des gesuchten magnetischen Moments μ_x zum Protonenmoment μ_p nach folgender Beziehung bestimmt:

$$\frac{\mu_x}{\mu_p} = \frac{\nu_x \cdot I_x}{\nu_p \cdot I_p} \quad (1)$$

wobei I_x und I_p die entsprechenden Spins sind. Für μ_p wurde der von Sommer, Hipple und Thomas¹¹⁾ bestimmte diamagnetisch unkorrigierte Wert $\mu_p = +2,79268 \pm 0,00006$ n.m. verwendet.

Es muss bemerkt werden, dass die obige Beziehung (1) nur dann gilt, wenn das statische Feld am Ort der Protonen mit demjenigen am Ort der zu messenden Kerne übereinstimmt. Da die betreffenden Feldstärken nicht allein durch das äussere Magnetfeld bestimmt werden, sondern durch innere Felder, die z.B. vom Diamagnetismus der Hüllenelektronen oder von der Anwesenheit paramagnetischer Ionen herrühren, modifiziert werden, so müssen die nach Formel (1) berechneten Momente korrigiert werden. Im vorliegenden Fall wurden paramagnetische Zusätze zum Beobachten der Protonensignale im Wasser, sowie der Silbersignale in der ionischen Silberlösung benötigt. Diese Zusätze waren deshalb notwendig, um die zum Beobachten der Signale günstigen Relaxationszeiten⁴⁾ zu erhalten. Die durch die Konzentration der paramagnetischen Zusätze und die Form der benützten Proben (im Suchkopf waren es zylindrische Proben von ca. 3cm Länge und 1,5cm Durchmesser) bestimmten innern Felder sind, wie leicht abgeschätzt werden kann,³⁴⁾ sehr klein. Relativ zum äussern Feld verhalten sie sich wie ungefähr 1 : 100 000. Die daraus folgenden Korrekturen der magnetischen Momente können somit vernachlässigt werden. Die diamagnetischen Korrekturen wurden von Ramsey¹²⁾ berechnet und betragen für die bestimmten Momente 0,13 - 0,46%. Die korrigierten Resultate sind zusammen mit den nach (1) berechneten Werten in Tab.I zusammengestellt.

Die Frequenzmessungen wurden mit einem Frequenzmesser vom Typ U.S. Navy BC 221 T ausgeführt. Der Frequenzmesser wurde mit dem Messender von Teddington geeicht. Die 5. Harmonische des im Frequenzmesser eingebauten Kristallsenders wurde mit dem 5MH Träger von Teddington verglichen. Aus der Abweichung $\Delta\nu = 307 \pm 5 \text{ sec}^{-1}$ dieser beiden Frequenzen ergab sich die Grundfrequenz des Kristallsenders zu:

$$\nu_0 = (1000\,000 - 61) \pm 1 \text{ sec}^{-1}$$

Zur Messung einer unbekannten Frequenz wird diese der variablen Grundfrequenz oder einer Harmonischen eines zweiten im Frequenzmesser eingebauten Oszillators (Bereiche: 125-250 KH, 2-4 MH) überlagert. Aus dem Verschwinden der Schwebungen wird Frequenzgleichheit festgestellt, was jeweils für einen bestimmten Punkt der Frequenzskala des Oszillators zutrifft. Die entsprechende Frequenz dieses Punktes wird durch lineare Interpolation aus sog. Fixpunkten der Skala bestimmt, die man aus Ueberlagerungen des Kristallsenders mit dem Oszillator variabler Frequenz festlegt. Da die magnetischen Momente durch Vergleich mit dem Protonenmoment aus dem Frequenzverhältnis bei gleichem konstantem Feld H_0 erhalten werden, so ist die genaue Kenntnis der Grundfrequenz des Kristallsenders überflüssig.

A. Messung von $^{19}\text{K}^{39}$ und $^{19}\text{K}^{41}$

Das magnetische Moment von K^{39} wurde von Collins¹³⁾ mit der Kernresonanzmethode zu $\mu_{39} = +0,39094 \pm 0,00007$ n.m. bestimmt. Für das Verhältnis der Resonanzfrequenzen der beiden Isotope K^{39} und K^{41} im gleichen Magnetfeld erhielten Ochs, Logan und Kusch¹⁴⁾ in Atomstrahlversuchen $\nu_{41}/\nu_{39} = 0,54891 \pm 0,00005$. Der Spin beider Isotope wurde zu $I = 3/2$ bestimmt. Aus diesen Werten lässt sich ein approximativer Wert für das magnetische Moment von K^{41} von $\mu_{41} = 0,214$ n.m. berechnen. Da die natürliche Häufigkeit des K^{41} $f = 6.9\%$ beträgt, ergibt sich, dass das Signal einer 10 molaren Kaliumlösung (bei optimalen Bedingungen) 10 x kleiner als dasjenige des O^{17} in natürlichem Wasser ist. Zum Suchen des Signals wurde deshalb eine Kaliumlösung mit grösstmöglicher Konzentration, nämlich eine 15 molare Kaliumformiat-Lösung (KCOOH) gewählt. Paramagnetische Zusätze wurden nicht benötigt. K^{41} mit dem Spin $I = 3/2$ besitzt offenbar ein kleines, noch unbekanntes elektrisches Quadrupolmoment, das für den Relaxationsmechanismus verantwortlich ist. Wie Fig.7 zeigt, lässt sich das Signal von K^{41} mit einem Signal-Rauschen Verhältnis von 6:1 noch gut feststellen. Aus den Messungen der Resonanzfrequenzen von K^{39} und K^{41} relativ zur Protonenfrequenz

$$\nu_{41}/\nu_p = 0,025609 \pm 0,000001 \quad \nu_{39}/\nu_p = 0,046655 \pm 0,000001$$

ergeben sich die magnetischen Momente in Einheiten des Kernmagnetons zu:

$$\mu_{39} = +0,39087 \pm 0,00001 \text{ n.m.}$$

$$\mu_{41} = +0,21455 \pm 0,00001 \text{ n.m.}$$

Diese Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenze mit den schon bekannten Werten überein. Das Vorzeichen des magnetischen Moments von K^{41} wurde durch Vergleich mit dem Signal von K^{39} bestimmt.



Fig.7 Signal von K^{41} in KCOOH

$H_0 = 10\,000$ Gauss

$H_1 = 0,5$ Gauss

$H_m = 1$ Gauss

Die Kaliumisotope sind Kerne mit ungerader Protonenzahl, und im Sinne des Schmidt-schen Einteilchenmodells besitzen sie den Gesamtdrehimpuls $I = L - \frac{1}{2}$, wobei $L = 2$ die Bahndrehimpulsquantenzahl und $\frac{1}{2}$ die Spinquantenzahl des ungeraden Protons, des sog. Leuchtnukleons, ist. Der Grundzustand ist nach dem Schmidtmodell ein $d_{3/2}$ -Zustand. Da in beiden Fällen der Gesamtdrehimpuls $I = 3/2$ ist, müssen nach diesem Modell beide Isotope das gleiche magnetische Moment $\mu = 0,12$ n.m. besitzen. Nach der dem Schmidtmodell zugrunde gelegten Russell-Saunders-Kopplung ist nämlich:

$$\mu = \frac{I(I+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2(I+1)} g_s + \frac{I(I+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2(I+1)} g_l \quad (2)$$

Dabei bedeutet g_s den Spin-g-Faktor und g_l den Bahn-g-Faktor des Leuchtnukleons. Im Falle eines ungeraden Protons, wie es bei den Kaliumisotopen der Fall ist, beträgt $g_s = 2\mu_p, g_l = 1$. Der Wert von μ_{41} ist ca. 70% und derjenige von μ_{39} ca. 220% grösser als der Schmidtwert.

B. Messung von ^{89}Y .

Das magnetische Moment und der Spin des einzigen stabilen Isotopes ^{89}Y war aus HFS-Messungen von Crawford und Olson¹⁵⁾ und Kuhn und Woodgate¹⁶⁾ näherungsweise bekannt: $\mu_{89} = -0,14$ n.m., $I = \frac{1}{2}$. Auf Grund dieser Werte wurde für eine 1 molare Yttrium-Lösung ein 5 mal kleineres Signal als dasjenige von O^{17} in natürlichem Wasser erwartet. Wiederum wurden Lösungen mit grösst möglicher Yttriumkonzentration untersucht; eine 3,3 molare Yttriumnitrat: $\text{Y}(\text{NO}_3)_3$ -Lösung und eine 3 molare Yttriumchlorid: YCl_3 -Lösung. In beiden Lösungen wurden Resonanzen mit einem Signal-Rauschen Verhältnis von ca. 25:1 beobachtet. Die Form des in Fig. 8 wiedergegebenen Signals zeigt, dass die Relaxationszeiten T_1 und T_2 von der Grössenordnung 10^{-3} sec. sind ohne Zusatz paramagnetischer Ionen. Dies ist insofern erstaunlich, als die Wechselwirkung zwischen den ^{89}Y -Kernen und der Umgebung rein magnetisch ist, da ^{89}Y infolge des Spins $I = \frac{1}{2}$ kein elektrisches Quadrupolmoment besitzen kann. Die ^{89}Y -Resonanzfrequenz wurde in der reinen YCl_3 -Lösung gemessen. Das Resultat war:

$$\nu_{89}/\nu_p = 0,048994 \pm 0,000001$$

Daraus berechnet sich das magnetische Moment nach Formel (1) zu:

$$\mu_{89} = -0,136825 \pm 0,000004 \text{ n.m.}$$

Das Vorzeichen des magnetischen Moments von ^{89}Y wurde durch Vergleich mit dem Signal von K^{39} erhalten.



Fig. 8 Signal von ^{89}Y in YCl_3

$$\begin{aligned} H_o &= 10000 \text{ Gauss} \\ H_1 &= 0,1 \text{ Gauss} \\ H_m &= 0,3 \text{ Gauss} \end{aligned}$$

Y^{89} ist ebenfalls ein ungerader Protonenkern mit $I = L - \frac{1}{2}$, wie sich aus dem Vorzeichen von μ ergibt. Der Grundzustand ist also ein $p_{1/2}$ -Zustand. Nach dem Schmidt-Modell sollte das magnetische Moment demnach $\mu = -0,26$ n.m. betragen. Der beobachtete Wert ist also etwa 50% zu klein.

C. Messung von $_{47}\text{Ag}^{107}$ und $_{47}\text{Ag}^{109}$

Die magnetischen Momente der beiden Silberisotope Ag^{107} mit der Häufigkeit $f = 51,3\%$ und Ag^{109} mit $f = 48,7\%$ wurden von Brix und Kopfermann¹⁷⁾ aus HFS-Untersuchungen bestimmt. Diese Autoren berechneten die Momente zu:

$\mu_{107} = -0,111 \pm 0,008$ n.m. und $\mu_{109} = -0,129 \pm 0,008$ n.m. Für den Spin beider Isotope erhielten sie den gleichen Wert $I = \frac{1}{2}$. Diese Werte liessen relativ zum O^{17} im natürlichen Wasser für eine 10 molare Silberlösung folgende Signalverhältnisse erwarten: $S_{109} / S_{17} = \frac{1}{2}$; $S_{107} / S_{17} = \frac{3}{4}$.



Fig.9 Signale von Ag^{107} und Ag^{109} in metallischem Silber
 $H_0 = 8000$ Gauss, $H_1 = 0,1$ Gauss, $H_m = 0,3$ Gauss.

Resonanzen wurden in der ca. 25 molaren kolloidalen Silberfarbe von Du Pont und in einer 7 molaren Silbernitratlösung (AgNO_3) mit einem Zusatz von 1 molarer Mangannitrat: $\text{Mn}(\text{NO}_3)_2$ -Lösung als paramagnetischer Katalyst beobachtet. (Fig.9) In der kolloidalen Silberfarbe lag das Silber als kolloidal verteiltes Metall vor, wodurch erreicht wurde, dass die Leitfähigkeit praktisch Null war. In diesem Fall wurde kein paramagnetischer Katalyst benötigt, da offenbar die magnetische Wechselwirkung zwischen den Silberkernen und den freien Leitungselektronen für die Relaxation genügt. Relativ zur Protonenfrequenz ergaben sich folgende Frequenzverhältnisse:

a) im metallischen Silber: $(\nu_{107}/\nu_p)_m = 0,040684 \pm 0,000001$

$$(\nu_{108}/\nu_p)_m = 0,046771 \pm 0,000001$$

b) in der AgNO_3 -Lösung: $(\nu_{107}/\nu_p)_i = 0,040468 \pm 0,000001$

$$(\nu_{108}/\nu_p)_i = 0,046523 \pm 0,000001$$

Wie man aus diesen Werten ersieht, weichen im gleichen äusseren Magnetfeld H_0 die Resonanzfrequenzen bei der metallischen Probe ziemlich stark von denjenigen der Ionenlösung ab. Für die beiden Silberisotope erhält man die folgenden relativen Abweichungen, die, wie experimentell festgestellt wurde, unabhängig von der äusseren Feldstärke sind.

$$S_{107} = \frac{\nu_{107}^m - \nu_{107}^i}{\nu_{107}^i} = (0,534 \pm 0,004) \%$$

$$S_{108} = \frac{\nu_{108}^m - \nu_{108}^i}{\nu_{108}^i} = (0,533 \pm 0,004) \%$$

Gutowsky und McGarvey¹⁸⁾ beobachteten analoge Resonanzverschiebungen (metallic shifts) bei:

$\text{Ga}^{71}(0,449 \pm 0,004) \%$, $\text{Rb}^{85}(0,650 \pm 0,005) \%$ und $\text{Rb}^{87}(0,653 \pm 0,002) \%$. Knight¹⁹⁾

und Gutowsky und McGarvey erklären diese Resonanzverschiebungen im Metall durch den Paramagnetismus der freien Leitungselektronen: das äussere Feld H_0 bewirkt eine paramagnetische Magnetisierung $\vec{M} = \kappa \vec{H}_0$, wobei κ die paramagnetische Suszeptibilität der Leitungselektronen bedeutet. Die Magnetisierung $\vec{M}$ ihrerseits erzeugt ein ihr proportionales inneres Feld $\vec{H}_i = \alpha \vec{M}$. Somit gilt:

$$\vec{H}_i = \alpha \vec{M} = \alpha \kappa \vec{H}_0$$

Demnach ergeben sich die Resonanzfrequenzen im gleichen äusseren Feld

a) im Metall zu $\omega_m = \gamma (H_0 + H_i) = \gamma H_0 (1 + \alpha \kappa)$

b) in der Ionenlösung zu $\omega_i = \gamma H_0$

Die relative Resonanzverschiebung ist somit:

$$S = \frac{\omega_m - \omega_i}{\omega_i} = \alpha \kappa = \text{konstant.}$$

S ist also eine Grösse, die, in Uebereinstimmung mit dem experimentellen Befund, unabhängig vom äusseren Feld ist.

Die Verhältnisse der Resonanzfrequenzen der beiden Silberisotope im metallischen Silber wie in der ionischen Silberlösung haben innerhalb der Fehlergrenze den gleichen Wert:

$$V_m = (v_{109}/v_{107})_m = 1,14961 \pm 0,00004$$

$$V_i = (v_{109}/v_{107})_i = 1,14962 \pm 0,00004$$

Genaue Messungen der HFS-Aufspaltungen zeigen, dass das Verhältnis dieser Aufspaltungen bei zwei Isotopen mit den gleichen Spin nicht exakt gleich dem Verhältnis ihrer magnetischen Momente ist. Diese Abweichung, die als HFS- Anomalie bezeichnet wird, ruht davon her, dass die beiden isotopen Kerne verschiedene räumliche Ausdehnung besitzen. Während bei der Messung des magnetischen Moments, z.B. durch Kerninduktion, das äussere Feld, das über das Kernvolumen konstant ist, die Aufspaltung bestimmt, wird die HFS-Aufspaltung durch das Feld der atomaren Elektronen erzeugt. Dieses Feld ist über das endliche Kernvolumen keineswegs homogen, so dass sich daher eine Abweichung des HFS-Aufspaltungs- verhältnisses von demjenigen der magnetischen Momente ergibt. Es ist nämlich:

$$V_{\text{HFS}} = \frac{\Delta v_{\text{HFS } 1}}{\Delta v_{\text{HFS } 2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{|\psi_{A \ 1}(r)|^2}{|\psi_{A \ 2}(r)|^2}$$

wobei $|\psi_A(r)|^2$ die über das Kernvolumen gemittelte atomare Elektronendichte bedeutet. Damit ergibt sich die HFS-Anomalie zu:

$$\Delta = V_{\text{HFS}} \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 = \frac{|\psi_{A \ 1}(r)|^2}{|\psi_{A \ 2}(r)|^2} - 1$$

Aus den gleichen Gründen sollte man erwarten, dass sich dieser Effekt auch bei der metallischen Resonanzverschiebung bemerkbar machen würde. Das innere Feld H_i , das durch die freien Leitungselektronen erzeugt wird, ist proportional der über das

endliche Kernvolumen gemittelten Elektronendichte $|\psi_F(r)|^2$. Nimmt man an, dass sich die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi_F(r)|^2$ der freien Elektronen über den Kern ungefähr gleich verhält wie diejenige des Leuchtelektrons $|\psi_A(r)|^2$ des freien Atoms, so berechnet sich aus dem von Wessel und Lew²⁰⁾ gemessenen HFS-Aufspaltungs- verhältnis (Siehe auch Abschnitt IV.) $V_{\text{HFS}} = 1,15438$ und dem Verhältnis der mag- netischen Momente $V_i = 1,14962$ das Verhältnis der Resonanzverschiebungen S_{109} und S_{107} zu:

$$\frac{S_{109}}{S_{107}} = \frac{V_{\text{HFS}}}{V_i} = 1,00413 \pm 0,00006$$

Dieser Wert liegt innerhalb der Fehlergrenze des experimentell bestimmten Werts:

$$\frac{S_{109}}{S_{107}} = 0,998 \pm 0,011$$

Aus den gemessenen Resonanzfrequenzen in der AgNO_3 -Lösung und dem bekannten Spin $I = \frac{1}{2}$ ergibt sich für die magnetischen Momente der beiden Silberisotope:

$$\mu_{109} = -0,129924 \pm 0,000004 \text{ n.m.}$$

$$\mu_{107} = -0,113014 \pm 0,000004 \text{ n.m.}$$

Die Vorzeichen der magnetischen Momente wurden durch Vergleich mit dem Signal von K^{39} bestimmt. Da es sich beim Silber um Kerne mit ungerader Protonenzahl und dem Spin $I = L - \frac{1}{2}$ handelt, so sollten nach dem strikten Einteilchenmodell von Schmidt die magnetischen Momente beider Isotope einander gleich, nämlich $\mu = -0,26 \text{ n.m.}$, sein. Die Abweichungen von diesem Wert betragen also etwa 50%.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate der Messungen der magnetischen Momente sowie die diamagnetisch korrigierten Werte zusammengestellt.

Tabelle I

Kern	Spin	μ experimentell in n.m.		μ Schmidt
		unkorrigiert	korrigiert	
$_{19}\text{K}^{39}$	3/2	+ 0,39087 $\pm$ 0,00001	+ 0,39139	+ 0,12
$_{19}\text{K}^{41}$	3/2	+ 0,21455 $\pm$ 0,00001	+ 0,21484	+ 0,12
$_{39}\text{Y}^{89}$	1/2	- 0,136825 $\pm$ 0,000004	- 0,137317	- 0,26
$_{47}\text{Ag}^{107}$	1/2	- 0,113014 $\pm$ 0,000004	- 0,113539	- 0,26
$_{47}\text{Ag}^{109}$	1/2	- 0,129924 $\pm$ 0,000004	- 0,130527	- 0,26

Wie schon im vorhergehenden Abschnitt bemerkt wurde, zeigt für zwei Isotope mit gleichem Spin das Verhältnis der HFS-Aufspaltung eine Abweichung von dem Verhältnis der entsprechenden magnetischen Momente. Unter der Annahme eines punktförmigen Kerns mit dem Spin I und dem totalen Hüllendrehimpuls $J = \frac{1}{2}$ berechnet sich nach Goudsmit-Fermi-Segré die Energiedifferenz der beiden zum totalen Drehimpuls $F = I \pm \frac{1}{2}$ gehörenden Terme zu:

$$\Delta W = h \Delta \nu_0 = \frac{8\pi}{3} \frac{\mu_0^2}{1835} g_I (2I + 1) |\psi(0)|^2 \quad (3)$$

dabei bedeutet μ_0 das Bohrsche Magneton, g_I der g -Faktor des Kerns und $|\psi(0)|^2$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Elektronen am Kernort. Infolge der endlichen Grösse des Kerns und der damit verbundenen räumlichen Verteilung des Kernmagnetismus ist die tatsächliche Aufspaltung von der durch Ausdruck (3) gegebenen etwas verschieden. Für die wirkliche Aufspaltung (im Frequenzmasstab) ist also:

$$\Delta \nu = \Delta \nu_0 (1 + \varepsilon)$$

Die Grösse ε wurde von A. Bohr und Weisskopf²¹⁾ und A. Bohr²²⁾ berechnet:

$$\varepsilon = - \left[(1 + \zeta, 0,38) \alpha_s + 0,62 \alpha_1 \right] b \frac{\overline{R^2}}{R_0^2} \quad (4)$$

Dabei ist $R_0 = 1,42 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ cm der Kernradius, $\overline{R^2}$ der mittlere quadratische Abstand der magnetischen Kernmomentverteilung vom Kernmittelpunkt; b eine in der Arbeit von A. Bohr und Weisskopf tabellierte Konstante, die durch die Elektronenkonfiguration und die Kernladungszahl Z bestimmt wird; α_s bzw. α_1 die Bruchteile des magnetischen Kernmoments herrührend vom Kernspin bzw. Kernbahndrehimpuls (α_s und α_1 werden im folgenden als Spin- bzw. Bahnanteil bezeichnet); ζ eine Konstante, die durch die spezifischen Eigenschaften des zur Berechnung von α_s und α_1 zugrunde gelegten Kernmodells bestimmt wird. Kennt man speziell das Verhältnis der HFS-Aufspaltungen sowie der magnetischen Momente zweier Isotope, so gilt, da ja für die punktförmigen Kerne die Elektronenkonfigurationen gleich sind:

$$\frac{\Delta \nu_1}{\Delta \nu_2} = \frac{\Delta \nu_{01} (1 + \varepsilon_1)}{\Delta \nu_{02} (1 + \varepsilon_2)} = \frac{g_{I_1} (2I_1 + 1) (1 + \varepsilon_1)}{g_{I_2} (2I_2 + 1) (1 + \varepsilon_2)} = \frac{g_{I_1} (2I_2 + 1)}{g_{I_2} (2I_2 + 1)} (1 + \Delta)$$

da wegen der Kleinheit von ε $\frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} = 1 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 1 + \Delta$ ist.

Man bekommt somit einen sehr einfachen Zusammenhang zwischen den HFS-Aufspaltungen und den g -Faktoren der beiden Isotope, wodurch gewisse Aussagen über die magnetische Momentverteilung im Kern gemacht werden können.

In dieser Weise wurden schon die drei Kaliumisotope K^{39} , K^{40} und K^{41} ²³⁾ sowie die beiden Rubidiumisotope Rb^{85} und Rb^{87} ²⁴⁾ untersucht. Im folgenden werden die analogen Verhältnisse an den beiden Silberisotopen Ag^{107} und Ag^{109} studiert.

Für Ag^{107} und Ag^{109} haben Wessel und Lew²⁰⁾ die Aufspaltungen des Grundterms $^2\text{S}_{1/2}$ mit der Atomstrahlmethode bestimmt. Ihre Resultate sind:

$$\Delta \nu_{109} = 1976,94 \pm 0,04 \text{ MH}$$

$$\Delta \nu_{107} = 1712,56 \pm 0,04 \text{ MH}$$

Aus den von uns nach der Kerninduktionsmethode bestimmten magnetischen Momente ergeben sich die entsprechenden g-Faktoren zu:

$$g_{I\ 109} = -0,259848 \pm 0,000008$$

$$g_{I\ 107} = -0,226028 \pm 0,000008$$

Daraus berechnet sich die HFS-Anomalie Δ des Verhältnisses der beiden Isotope unter Berücksichtigung von $I_{109} = I_{107} = \frac{1}{2}$:

$$\Delta = \frac{\Delta \nu_{109}}{\Delta \nu_{107}} \frac{g_{I\ 109}}{g_{I\ 107}} - 1 = (0,413 \pm 0,006) \% \quad (5)$$

Die HFS-Anomalien werden nun anhand verschiedener Kernmodelle theoretisch berechnet, um zu einem Vergleich mit dem experimentell gefundenen Wert zu kommen. Da es sich beim Silber um Isotope mit ungerader Protonenzahl handelt, werden die Modelle nur für diesen speziellen Fall diskutiert.

a) Uniformes Kernmodell

Das magnetische und mechanische Moment des Kerns wird vom Leuchtnukleon erzeugt, welches über den ganzen Kern gleichmässig verteilt ist. Die Momente setzen sich aus dem Spinnmoment und dem Bahnmoment dieses Protons zusammen. Die beiden entsprechenden g-Faktoren sind demnach $g_s = 2 \mu_p$ und $g_l = 1$, wobei μ_p das magnetische Moment des freien Protons ist. Für den g-Faktor des Kerns erhält man durch Vektoraddition von Spin S und Bahndrehimpuls L:

$$g_I = a g_s + (1 - a) g_l$$

Daraus berechnen sich Spinanteil bzw. Bahnanteil zu:

$$\alpha_s = \frac{a g_s}{g_I} = \frac{g_s (g_I - g_l)}{g_I (g_s - g_l)} = \frac{2\mu_p (g_I - 1)}{g_I (2\mu_p - 1)} ; \alpha_l = (1 - a) \frac{g_l}{g_I} = 1 - \alpha_s$$

Der mittlere quadratische Abstand des Kernmagnetismus vom Kernmittelpunkt ist in diesem Fall:

$$\overline{R^2} = \frac{\int_0^{R_0} r^4 dr}{\int_0^{R_0} r^2 dr} = \frac{3}{5} R_0^2 \quad \text{wobei } R_0 \text{ den "Kernradius" bedeutet.}$$

Ferner ist nach A. Bohr $\zeta = 0$. Für Silber mit der Elektronenkonfiguration $(5s)^1 2s_{1/2}$ und der Kernladung $Z = 47$ geben A. Bohr und Weisskopf für b den Wert 0,99. Die Spinanteile sind $\alpha_s 109 = 5,907$ und $\alpha_s 107 = 6,608$. Daraus berechnen sich nach (4) die HFS-Abweichungen zu:

$$\epsilon_{109} = -1,70 \%$$

$$\epsilon_{107} = -1,86 \%$$

$$\Delta = +0,16 \%$$

b) Kollektives Modell von Margenau-Wigner²⁵⁾

Das magnetische Moment eines Kerns mit ungerader Protonen- und gerader Neutronenzahl besitzt einen Spinanteil entsprechend dem g -Faktor des Protons. Zum g -Faktor, der dem Bahnanteil entspricht, tragen alle Nukleonen des Kerns mit dem mechanischen Moment und alle Protonen mit dem magnetischen Bahnmoment bei. Der g -Faktor der Bahn ist somit $g_I = Z/A$. Für den g -Faktor des Kerns gilt auch hier:

$$g_I = a g_s + (1 - a) g_I$$

Daraus berechnen sich Spin- bzw. Bahnanteil zu:

$$\alpha_s = \frac{2 \mu_p (g_I - Z/A)}{g_I (2 \mu_p - Z/A)} ; \quad \alpha_I = 1 - \alpha_s$$

Wegen der uniformen Verteilung der Protonen ist $\overline{R^2}/R_0^2 = 0,6$ und im speziellen Fall des Silbers $b = 0,99$, $\alpha_s 109 = 2,881$, $\alpha_s 107 = 3,193$. Daraus berechnen sich die HFS-Anomalien zu

$$\epsilon_{109} = -1,01 \%$$

$$\epsilon_{107} = -1,09 \%$$

$$\Delta = +0,08 \%$$

c) Einteilchenmodell vom Schmidttypus²⁶⁾

Das magnetische Moment eines (u,g) -Kerns wird durch das Leuchtnukleon erzeugt, während dem Rumpf kein Moment zukommt. Der quantenmechanische Zustand des Kerns wird ebenfalls durch den Zustand des Leuchtnukleons bestimmt. Angenommen, dass das einzelne Teilchen sich in einem zentralsymmetrischen Feld bewege, so muss für beide Silberisotope nach dem Schalenmodell ein $3p_{1/2}$ -Zustand als Grundzustand angenommen werden, da nur für $I = L - 1/2$ ein negatives magnetisches Moment entstehen kann. ($I = 1/2$ ist der Gesamtdrehimpuls, L der Bahndrehimpuls) Der effektive g -Faktor des Kerns ist, wie in den beiden vorhergehenden Fällen:

$$g_I = a g_s + (1 - a) g_I \text{ wobei } g_s = 2 \mu_p \text{ und } g_I = 1 \text{ ist.}$$

Spin- bzw. Bahnanteil sind somit:

$$\alpha_s = \frac{2 \mu_P (g_I - 1)}{g_I (2 \mu_P - 1)} \quad ; \quad \alpha_I = 1 - \alpha_s$$

Weicht g_I , absolut genommen, nicht allzu stark vom g -Faktor des strikten Einteilchenmodells, also dem Schmidtchen g -Faktor $g_{I \text{ Sch}}$ (der nach der Beziehung (2) berechnet wird) ab, so kann für ζ die von A. Bohr für dieses Modell hergeleitete Beziehung angenommen werden:

$$\zeta = \frac{2I - 1}{4(I + 1)} \quad , \quad \text{wenn } I = L + \frac{1}{2}$$

$$\zeta = \frac{2I + 3}{4I} \quad , \quad \text{wenn } I = L - \frac{1}{2}$$

Für die beiden Silberisotope ist demnach $\zeta = 2$ und $b = 0,99$, α_s 109 = 5,907, α_s 107 = 6,608. R^2 ist in diesem Fall der mittlere quadratische Abstand des Leuchtnukleons vom Kernmittelpunkt. Diese Grösse lässt sich berechnen, wenn die Form des auf das Leuchtnukleon wirkenden Potentials bekannt ist. Für das einfache Modell des rechteckigen Potentialtopfes (Fig.10) von der Tiefe V_0 und der Breite R_0 sind die radialen Wellenfunktionen eines 3p-Teilchens von der Form:²⁷⁾

$$U_i(r) = A \left(\frac{\sin \alpha r}{\alpha r} - \frac{\cos \alpha r}{\alpha r} \right) \quad \text{für } r < R_0 \quad (6), \quad \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - |E|)}{\hbar^2}}$$

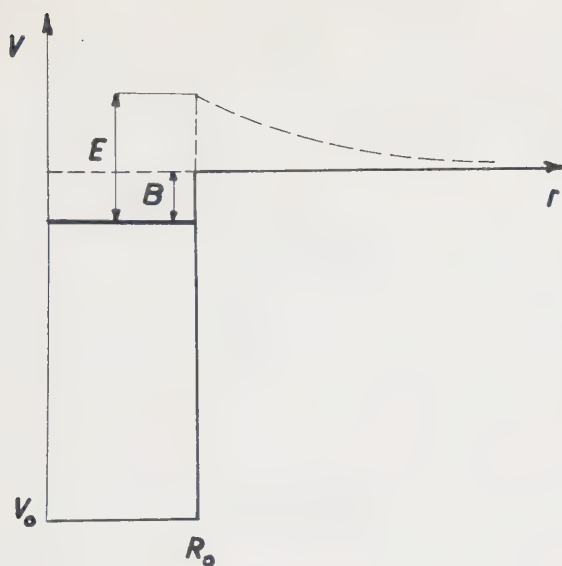
$$U_a(r) = B \left(\frac{1}{\beta r} + \frac{1}{(\beta r)^2} \right) e^{-\beta r} \quad \text{für } r > R_0 \quad (7), \quad \beta = \sqrt{\frac{2m|E|}{\hbar^2}}$$

Daraus berechnet sich $\overline{R^2}$ gemäss der Beziehung:

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = \frac{\int_0^\infty |U(r)|^2 r^4 dr}{R_0^2 \int_0^\infty |U(r)|^2 r^2 dr} \quad (8)$$

Setzt man die Funktionen (6) und (7) in die Beziehung (8) ein, so ist:

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = \frac{\frac{A^2}{\alpha^2} \int_0^{R_0} \left(\frac{\sin \alpha r}{\alpha r} - \cos \alpha r \right)^2 r^2 dr + \frac{B^2}{\beta^2} \int_{R_0}^\infty \left(1 + \frac{1}{\beta r} \right) e^{-2\beta r} r^2 dr}{\frac{R_0^2 A^2}{\alpha^2} \int_0^{R_0} \left(\frac{\sin \alpha r}{\alpha r} - \cos \alpha r \right)^2 dr + \frac{R_0^2 B^2}{\beta^2} \int_{R_0}^\infty \left(1 + \frac{1}{\beta r} \right)^2 e^{-2\beta r} r^2 dr} \quad (9)$$



Aus den Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktionen (6) und (7) und deren Ableitungen für $r = R_0$ ergibt sich:

$$\frac{\cotg \alpha R_0}{\alpha R_0} - \frac{1}{(\alpha R_0)^2} = \frac{1}{\beta R_0} + \frac{1}{(\beta R_0)^2}$$

und

$$\frac{A^2}{B^2} = + \frac{(\alpha R_0)^2 (1 + \beta R_0)^2}{(\beta R_0)^4 e^2 \beta R_0}$$

Fig.10

Die Bindungsenergie $|E|$ setzt sich, wie A. Bohr bemerkte, aus der Bindungsenergie B des ungeraden Protons plus seiner Coulombenergie $Z e^2/R_0 = 10$ MeV zusammen. Ist $M(Z, A)$ die Masse eines Kerns mit Z Protonen und $A-Z$ Neutronen, m_p diejenige des Protons, so ist:

$$M(Z, A) = m_p + M(Z-1, A-1) - \frac{B}{c^2}$$

$M(Z, A)$ und $M(Z-1, A-1)$ lassen sich mit Hilfe der empirischen Massenformel²⁸⁾ bestimmen. Diese lautet:

$$M(Z, A) = 1,00898 A - 0,00085 Z - 0,01507 A + 0,014 A^{1/3} + 0,083 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + 0,000627 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + d(Z, A).$$

wobei:

$$\begin{aligned} d(A \text{ gerade}, Z \text{ gerade}) &= -0,036 A^{-3/4} \\ d(A \text{ ungerade}, Z \text{ beliebig}) &= 0 \\ d(A \text{ gerade}, Z \text{ ungerade}) &= +0,036 A^{-3/4} \end{aligned}$$

Damit wird $B = 6,2$ MeV (Mittelwert für Ag^{107} und Ag^{109}) und $E = 16,2$ MeV. Aus den Stetigkeitsbedingungen und der Bedingung, dass die Hauptquantenzahl $n = 3$ ist, ergibt sich dann für $\alpha R_0 \approx 3\pi$, $\beta R_0 = 6$ und $V_0 = 46,9$ MeV. Setzt man diese Größen in die Beziehung (9) ein, so ist:

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0,477$$

Aus Gleichung (4) berechnet sich dann die HFS-Anomalie zu:

$$\varepsilon_{109} = -3,47 \%$$

$$\varepsilon_{107} = -3,85 \%$$

$$\Delta = +0,38 \%$$

d) Einteilchenmodell nach Bloch²⁹⁾, de Shalit³⁰⁾ und Miyazawa³¹⁾

Das strenge Einteilchenmodell ergibt magnetische Momente, die auf den sog. Schmidlinien (Fig.13) liegen und sich nach Beziehung (2) berechnen lassen. Die experimentell bestimmten Momente zeigen meistens ziemlich grosse Abweichungen von den nach diesem einfachen Modell berechneten. Bloch, de Shalit und Miyazawa versuchen diese Abweichungen durch die Annahme zu erklären, dass das magnetische Moment des gebundenen Teilchens nicht mehr mit dem Moment des betreffenden freien Teilchens übereinstimme, wobei die Änderung des Moments durch die Bindung zwischen Rumpf und Leuchtnukleon verursacht werde. Das effektive Moment bzw. der effektive g-Faktor $g_{s \text{ eff}}$ des Leuchtnukleons ergibt sich aus dem effektiven g-Faktor g_I des Kerns gemäss der Beziehung:

$$g_I = \frac{I(I+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2I(I+1)} g_{s \text{ eff}} + \frac{I(I+1) - S(S+1)}{2I(I+1)} g_l$$

Daraus berechnet sich $g_{s \text{ eff}}$ zu:

$$g_{s \text{ eff}} = 2I g_I - (2I-1) g_l \quad \text{für } I = L + \frac{1}{2}$$

$$g_{s \text{ eff}} = -2(I+1) g_I + (2I+3) g_l \quad \text{für } I = L - \frac{1}{2}$$

Ist ferner $g_l = 1$ und $g_I = a g_{s \text{ eff}} + (1-a) g_l$, so berechnen sich Spin- bzw. Bahnanteil zu:

$$\alpha_s = \frac{a g_{s \text{ eff}}}{g_I} = \frac{g_{s \text{ eff}} (g_I - 1)}{g_I (g_{s \text{ eff}} - 1)} ; \quad \alpha_s = 1 - \alpha_l$$

Für die beiden Silberisotope ist $I = L - \frac{1}{2}$ und damit $\zeta = 2$, $b = 0,99$, $\overline{R^2/R_0^2} = 0,477$. Die weiteren charakteristischen Grössen ergeben sich zu:

$$g_{s \text{ eff}} = +4,7795 \text{ und } \alpha_s = +6,131 \text{ für Ag}^{109},$$

$$g_{s \text{ eff}} = +4,678 \text{ und } \alpha_s = +6,899 \text{ für Ag}^{107}.$$

Aus Gleichung (4) folgt für die HFS-Anomalie:

$$\begin{aligned}\epsilon_{109} &= -3,59 \% \\ \epsilon_{107} &= -4,00 \% \\ \Delta &= +0,41 \%\end{aligned}$$

e) Kernmodell nach Davidson³²⁾

Im Gegensatz zum Blochischen Modell kommen die Abweichungen der effektiven magnetischen Momente von den Schmidtwerten durch Mischen verschiedener Zustände mit gleichem totalen Drehimpuls I , also $I = L - \frac{1}{2}$ und $I = L + \frac{1}{2}$, zustande. Die Wellenfunktion dieses gemischten Zustandes ist:

$$\psi = \sqrt{c} \psi_{I=L-\frac{1}{2}} + \sqrt{(1-c)} \psi_{I=L+\frac{1}{2}}$$

Die beiden Wellenfunktionen $\psi_{I=L-\frac{1}{2}}$ und $\psi_{I=L+\frac{1}{2}}$ können nicht beide Einteilchenfunktionen sein, da wegen der Verschiedenheit der Bahnquantenzahl um eins die Parität der Funktionen entgegengesetzt wäre. Dies würde gegen die Paritätsregel verstoßen, nach welcher die Zustandsfunktion des Kerns eine bestimmte Parität (gerade oder ungerade) besitzen muss. Da für beide Silberisotope die magnetischen Momente nahe beim Schmidtwert (Siehe Fig. 13) für $I = L - \frac{1}{2}$ liegen, nimmt man daher für $\psi_{I=L-\frac{1}{2}}$ eine strikte Einteilchenfunktion, für $\psi_{I=L+\frac{1}{2}}$ dagegen eine Mehrteilchenfunktion. Ein zweckmässiges Modell, das eine Mehrteilchenfunktion liefert, ist das Wargenau-Wignersche mit L-S-Kopplung, bei dem also L und S gute Quantenzahlen sind. (Die diesem reinen Modell entsprechenden Momente liegen auf den MW-Linien, die in Fig. 13 eingezeichnet sind.) Für den effektiven g-Faktor g_I des Kerns hat man somit:

$$g_I = c g_{I=L-\frac{1}{2} \text{ Sch}} + (1-c) g_{I=L+\frac{1}{2} \text{ MW}}$$

Dabei ist: $g_{I \text{ Sch}} = 1, \quad g_{I \text{ MW}} = Z/A$

$$g_{I \text{ Sch}} = \frac{-\frac{1}{2} g_S + (I + 3/2)}{I + 1}, \quad g_{I \text{ MW}} = \frac{-\frac{1}{2} g_S + (I + 3/2) Z/A}{I + 1} \quad \text{für } I = L - \frac{1}{2}$$

$$g_{I \text{ Sch}} = \frac{+\frac{1}{2} g_S + (I - 1/2)}{I}, \quad g_{I \text{ MW}} = \frac{+\frac{1}{2} g_S + (I - 1/2) Z/A}{I} \quad \text{für } I = L + \frac{1}{2}$$

Da c für den MW-Anteil Null ist, ergibt das Davidsonsche Modell für die HFS-Anomalie den folgenden Ausdruck (10):

$$\begin{aligned}\epsilon = -h \left[\left(\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} \right)_{\text{Sch}} c \left[(1 + 0,38 \%) \alpha_S \text{ Sch} + 0,62 \alpha_I \text{ Sch} \right] \right. \\ \left. + \left(\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} \right)_{\text{MW}} (1-c) \left[\alpha_S \text{ MW} + 0,62 \alpha_I \text{ MW} \right] \right]\end{aligned}$$

Für die Spinanteile α_s Sch, α_s MW und die Bahnanteile α_l Sch, α_l MW erhält man für $I = L - \frac{1}{2}$

$$\alpha_s \text{ Sch} = \frac{-g_s}{g_I^2 (I + 1)} = \alpha_s \text{ MW}, \alpha_l \text{ Sch} = \frac{I + 3/2}{g_I (I + 1)}, \alpha_l \text{ MW} = \frac{I + 3/2}{g_I (I + 1)} \frac{Z}{A}$$

für $I = L + \frac{1}{2}$

$$\alpha_s \text{ Sch} = \frac{g_s}{2g_I I} = \alpha_s \text{ MW}, \alpha_l \text{ Sch} = \frac{I - \frac{1}{2}}{g_I I}, \alpha_l \text{ MW} = \frac{I - \frac{1}{2}}{g_I I} \frac{Z}{A}$$

Da die beiden Silberisotope den Spin $I = \frac{1}{2}$ besitzen, mischt man, wie schon bemerkt, den Einteilchenzustand $I = L - \frac{1}{2}$, $L = 1$ mit dem Mehrteilchenzustand $I = L + \frac{1}{2}$, $L = 0$. Die charakteristischen Grössen sind dann: $\zeta = 2$, $(R^2/R_0^2)_{\text{Sch}} = 0,477$, $(R^2/R_0^2)_{\text{MW}} = 0,6$, $b = 0,99$, $g_I \text{ Sch} = -0,52845$, $g_I \text{ MW} = 2 \mu_P = 5,58536$ ferner

für Ag^{109} :	$c = 0,9561$	für Ag^{107} :	$c = 0,9505$
$\alpha_s \text{ Sch} = + 7,165$		$\alpha_s \text{ Sch} = + 8,237$	
$\alpha_l \text{ Sch} = - 5,131$		$\alpha_l \text{ Sch} = - 5,899$	
$\alpha_s \text{ MW} = - 21,495$		$\alpha_s \text{ MW} = - 24,711$	
$\alpha_l \text{ MW} = 0$		$\alpha_l \text{ MW} = 0$	

Setzt man diese Grösse in Gleichung (10) ein, so erhält man für die HFS-Anomalien:

$$\begin{aligned} \epsilon_{109} &= - 3,70 \% \\ \epsilon_{107} &= - 4,14 \% \\ \Delta &= + 0,44 \% \end{aligned}$$

f) Kernmodell nach A. Bohr³³⁾

Das Bohrsche Modell ist im wesentlichen ein Einteilchenmodell. Das Leuchtnukleon bewegt sich aber im Gegensatz zum strikten Schmidtmodell im unsymmetrischen Feld des Rumpfes, der selber Rotations- und Vibrationszustände ähnlich einem zweiatomigen Molekül besitzen kann. Der Zustand des Rumpfes wird durch den Drehimpuls $\vec{R}$ charakterisiert. Je nach Kopplung der Drehimpulse ($\vec{l}$, $\vec{s}$, $\vec{j}$) des Leuchtnukleons mit der Symmetrieachse A (Die Verbindungslinie der beiden Kerne beim zweiatomigen Molekül) des Rumpfes erhält man magnetische Momente, die mehr oder weniger von den Schmidtwerten abweichen. Für Kerne mit Protonen- und Neutronenzahlen in der Nähe magischer Zahlen sollte dieses Modell die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Werten ergeben.

Die verschiedenen extremen Kopplungsmöglichkeiten werden nun kurz diskutiert.

Fall I: Ist die Kopplung Symmetrieachse A-Gesamtdrehimpuls $\vec{I}$ des Kerns gross gegenüber der Kopplung Drehimpuls des Leuchtnukleons -Symmetrieachse, d.h. $W_{AI} > W_{IA}$ (wobei W die entsprechende Wechselwirkungsenergie ist), so werden $\vec{j}$ und $\vec{R}$ separat betrachtet. Da man für den Grundzustand $\vec{R} = 0$ annimmt, so hat man hier den Fall des strikten Einteilchenmodells vor sich.

Fall II: Sind die Kopplungen so, dass $W_{AI} < W_{IA}$, so unterscheidet A. Bohr die folgenden Unterfälle:

A: $W_{Is} < W_{AI}$, $W_{Is} < W_{IA}$: der Bahndrehimpulsvektor $\vec{I}$ des Leuchtnukleons präzessiert um die Symmetrieachse A des Rumpfes und setzt sich mit dessen Drehimpuls $\vec{R}$ zu einem Gesamtbahndrehimpuls $\vec{L} = \vec{R} + \vec{I}$ zusammen. Der totale Drehimpuls des Kerns ist demnach $\vec{I} = \vec{L} + \vec{s}$, ($\vec{s}$ ist der Spin des Leuchtnukleons) Da für den tiefsten Zustand des Kerns $g_L \approx g_I$ ist, so bekommt man auch in diesem Fall nur sehr kleine Abweichungen von den Schmidtwerten.

B₁: $W_{Is} > W_{AI}$, $W_{Is} < W_{IA}$: der Bahndrehimpuls $\vec{I}$ und der Spin $\vec{s}$ des Leuchtnukleons koppeln separat mit der Symmetrieachse A des Rumpfes. (Fig.11) Ist Ω die Summe ihrer beiden Komponenten in Richtung von A, K die entsprechende Komponente des totalen Drehimpulses $\vec{I}$, so nimmt man für den Grundzustand des Kerns die nahe-
liegende Beziehung $I = K = \Omega$ an.
Für diese Werte ist nämlich die Rotationsenergie am kleinsten.
Aus Fig.11 folgt die Beziehung:

$$R(R+1) + \Omega^2 = I(I+1)$$

$$g_I I = g_R R \cos(RI) + g_\Omega \Omega \cos(\Omega I)$$

Damit wird der g-Faktor des Kerns:

$$g_I = \frac{I}{I+1} g_\Omega + \frac{1}{I+1} g_R$$

und ferner:

$$I g_\Omega = \pm \frac{1}{2} g_s + (I \mp \frac{1}{2}) g_I$$

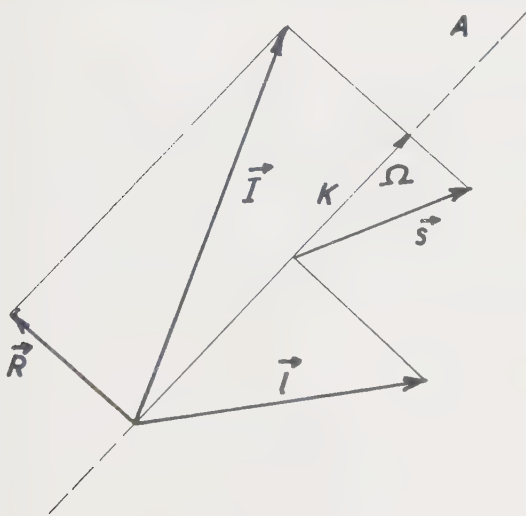


Fig.11

Die oberen Vorzeichen gelten für $\vec{I}$ parallel $\vec{s}$, die unteren für $\vec{I}$ antiparallel $\vec{s}$. Für g_Ω wählt man am zweckmässigsten den für das kooperative MW-Modell erhaltenen Wert Z/A , also $g_R = (Z/A)_{\text{Rumpf}}$.

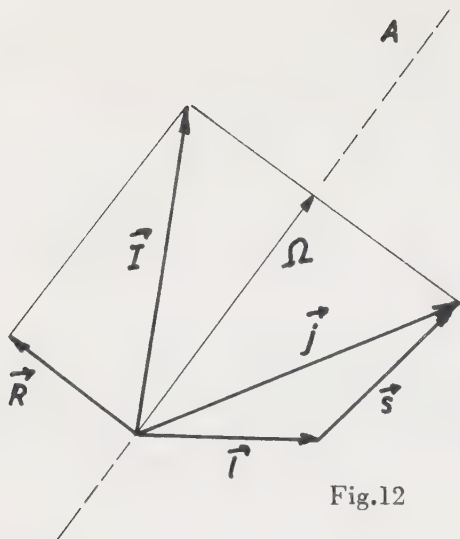


Fig.12

B₂: $W_{ls} > W_{lI}$, $W_{ls} > W_{lA}$: der Bahndrehimpuls $\vec{I}$ und der Spin $\vec{s}$ des Leuchtnukleons koppeln zu dessen Gesamtdrehimpuls $\vec{j} = \vec{I} + \vec{s}$, wobei die Komponente in Richtung der Symmetrieachse Ω ist. Für den Grundzustand nimmt man wiederum $I = \Omega$ an. Der g-Faktor des Kerns ist auch hier:

$$g_I = \frac{I}{I+1} g_\Omega + \frac{1}{I+1} g_R$$

(Siehe Fig.12)

Nach der Landéformel (2) berechnet sich g_Ω zu:

$$g_\Omega = g_j = \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} g_s + \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2j(j+1)} g_l$$

und es ist: $g_R = (Z/A)_{\text{Rumpf}}$ wie im Fall B₁.

In Fig.13 sind die, für diese extremen Kopplungsfälle berechneten magnetischen Momente durch die Bohrlinien aufgetragen. Wie man sieht, fallen die effektiven Momente der beiden Silberisotope zwischen die nach Bohr berechneten Werte der Kopplungsfälle B₁ und B₂.

Die Abweichungen können also durch eine intermediäre Kopplung zwischen den beiden Fällen B₁ und B₂ erklärt werden. Für beide Fälle ist:

$$g_I = \frac{I}{I+1} g_\Omega + \frac{1}{I+1} g_R$$

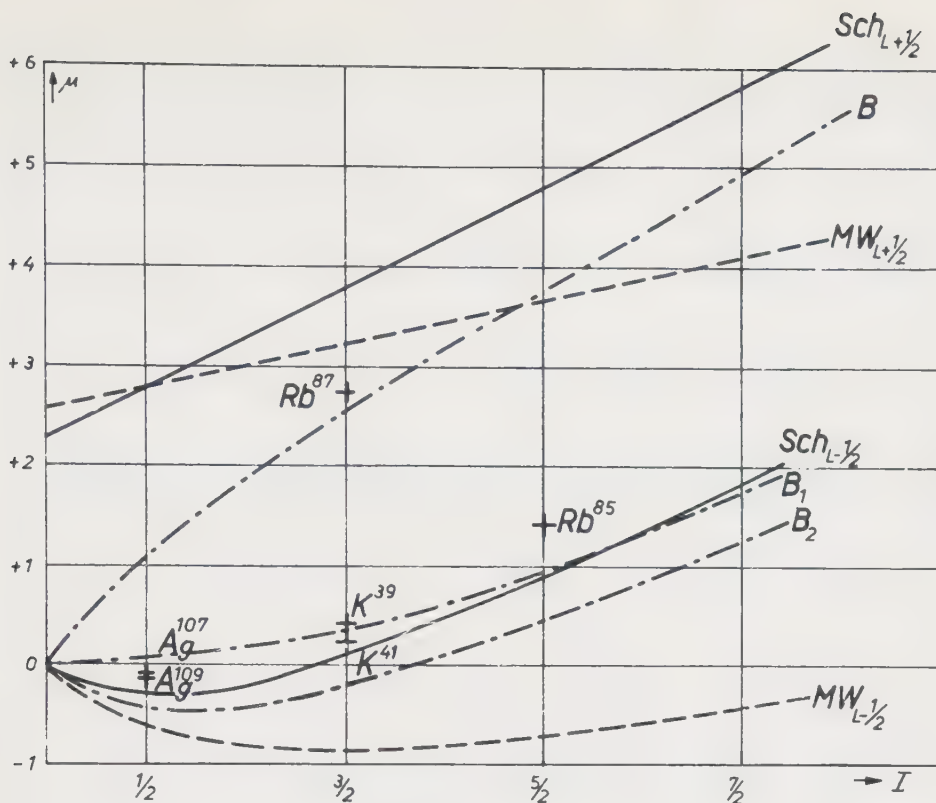
für B₁:

$$g_\Omega = \pm \frac{1/2}{I} g_s + \frac{I \mp 1/2}{I} g_l = c_1 g_s + (1-c_1) g_l$$

für B₂:

$$g_\Omega = \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} g_s + \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2j(j+1)} g_l =$$

$$= c_2 g_s + (1-c_2) g_l$$



B Bohr-Linien
MW Margenau-Wigner-Linien
Sch Schmidt-Linien

Fig.13

Für den intermediären Fall schreibt man offensichtlich:

$$g_2 = c_3 g_s + (1 - c_3) g_l = \frac{\sigma}{I} g_s + \frac{I - \sigma}{I} g_l$$

wobei σ die mittlere Komponente des Leuchtnukleonspins $\vec{s}$ längs der Symmetrieachse A bedeutet. Somit folgt sofort:

$$g_I = \frac{g_R}{I + 1} + \frac{\sigma g_s + g_l (I - \sigma)}{I + 1}$$

also:

$$\sigma = \frac{(I + 1) g_I - g_R - I g_l}{g_s - g_l}$$

Die Spinkomponente längs der Achse A kann die Werte $\pm \frac{1}{2}$ annehmen und zwar mit den relativen Wahrscheinlichkeiten 1 zu β^2 , so dass also $\sigma = \frac{1 - \beta^2}{2(1 + \beta^2)}$ ist. Für ζ gibt A. Bohr den folgenden Wert:

$$\zeta = \frac{1}{4(I+2)(\beta^2-1)} \left\{ \beta^2(2I+1) - 6\beta\sqrt{2I+1} + 5 - 2I \right\}$$

Für Silber gilt wie bei den andern Modellen: $g_I = 1$, $g_S = 2\mu_p$, $b = 0,99$, $R^2/R_0^2 = 0,477$ und für:

Ag^{109} : $g_R = 0,426$, $\sigma = -0,287$, $\alpha_s = +4,1119$, $\beta = -1,92$, $\zeta = 1,028$

Ag^{107} : $g_R = 0,434$, $\sigma = 0,278$, $\alpha_s = +4,5737$, $\beta = -1,87$, $\zeta = 1,076$

wobei wegen der antiparallelen Stellung von $\vec{l}$ und $\vec{s}$ das negative Vorzeichen von β zu nehmen ist. Mit Hilfe dieser Werte liefert Gleichung (4) folgende HFS-Anomalien:

$$\epsilon_{109} = -1,78 \%$$

$$\epsilon_{107} = -1,99 \%$$

$$\Delta = +0,21 \%$$

Die Resultate der besprochenen Modelle, sowie der experimentelle Wert der HFS-Anomalie sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle II

Modell	Uniform	Kollekt. MW	Einteilchen		Gemischt Dav.	Bohr	experimentell
			Sch	Bloch			
Δ	0,16 %	0,08 %	0,38 %	0,41 %	0,44 %	0,21 %	$(0,413 \pm 0,006 \%$

Der Vergleich der in Tabelle II angegebenen Werte zeigt, dass die strikten Einteilchenmodelle nach Schmidt und Bloch, de Shalit und Miyazawa, wie auch das Modell von Davidson den experimentellen Wert am besten wiedergeben. Das Bohrsche Modell dagegen führt auf einen zu kleinen Wert. Ähnliche Resultate findet man auch bei der HFS-Anomalie des Rubidiums. Bei K^{39} und K^{41} hingegen zeigt das Bohrsche Modell die beste Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert. Die Tatsache, dass das Bohrsche Modell in diesem Fall einen sehr guten Wert ergibt, liegt wohl darin, dass bei K^{39} und K^{41} die Protonenzahl magisch weniger eins, nämlich 19, die Neutronenzahl bei K^{39} genau magisch, bei K^{41} magisch plus zwei ist. Beim Rb ist die Protonenzahl 37 sehr weit von den nächsten magischen Zahlen 28 und 50 entfernt, während die Neutronenzahlen 48 resp. 50 in der Nähe

der magischen Zahl 50 liegen. Beim Silber mit der Protonenzahl 47 und den Neutronenzahlen 60 und 62 sind die Neutronen- und Protonenzahlen sehr weit von den benachbarten magischen Zahlen entfernt. Damit ist es auch einigermaßen verständlich, dass das Bohrsche Modell die HFS-Anomalie des Silberkerns nicht gut wiedergibt.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. H.H.Staub, möchte ich von ganzem Herzen für seine grosse und fördernde Mitarbeit danken. Ebenfalls herzlichen Dank meinen Kollegen Dr. C.G.Telschow, Dr. Hans Loeliger, Jan Oeser und Traugott Knellwolf für ihre grosse und kleine Mithilfe.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) Brun, Oeser, Staub, Telschow, Phys.Rev. 93, 172 (1954)
- 2) Kopfermann, Kernmomente, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940
- 3) Rabi, Milliman, Kusch, Zacharias, Phys.Rev. 55, 628 (1939)
- 4) Bloch, Phys.Rev. 70, 460 (1946)
- 5) Purcell, Torrey, Pound, Phys.Rev. 69, 37 (1946)
- 6) Kopfermann, Kernmomente, S.22, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940
- 7) Loeliger, Dissertation, Zürich 1952, erscheint demnächst
- 8) Weaver, Phys.Rv. 89, 923 (1953)
- 9) Pound, Rev. of Sc.Inst. 219 (1950)
- 10) Ramsey, Exp. Nuclear Physics (Editor: Segré), 444 (1953)
- 11) Sommer, Thomas, Hipple, Phys.Rev. 82, 697 (1951)
- 12) Ramsey, Exp. Nuclear Physics (Editor: Segré), 442 (1953)
- 13) Collins, Phys.Rev. 80, 103 (1950)
- 14) Ochs, Logan, Kusch, Phys.Rev. 78, 184 (1950)
- 15) Crawford, Olson, Phys.Rev. 76, 1259 (1949)
- 16) Kuhn und Woodgate, Proc.Phys. Soc. (London) A63, 830, (1950)
- 17) Brix, Kopfermann, Martin, Walcher, Z.Physik 130, 88 (1951)
- 18) Gutowsky, McGarvey, J.Chem.Phys. 20, 1472 (1952)
- 19) Knight, Phys.Rev. 76, 1259 (1949)
- 20) Wessel, Lew, Phys.Rev. 91, 476 (1953)
- 21) A. Bohr, Weisskopf, Phys.Rev. 77, 94 (1950)
- 22) A. Bohr, Phys.Rev. 81, 331 (1951)
- 23) Eisinger, Bederson, Feld, Phys.Rev. 86, 73 (1952)
- 24) Siehe 22).
- 25) Margenau, Wigner, Phys.Rev. 58, 103 (1940)
- 26) Schmidt, Z.Physik 106, 358 (1937)
- 27) Schiff, Quantum Mechanics, S. 76 - 80, (1949)
- 28) Ramsey, Exp. Nuclear Physics, (Editor: Segré) S.541 (1953)
- 29) Bloch, Phys.Rev. 83, 839 (1951)
- 30) de Shalit, Helv.Phys.Acta 24, 296 (1951)
- 31) Miyazawa, Prog. Theor. Phys. 6, 263 (1951)
- 32) Davidson, Phys.Rev. 85, 432 (1952)
- 33) Siehe 22).
- 34) Dickinson, Phys.Rev. 81, 717 (1951)
- 35) Brun, Staub, H.P.A. Vol 26, 821, 1953

LEBENS LAUF

Name und Vorname:	Brun, Ernst
Heimatort:	Kriens (Luzern)
Geburtsort:	Luzern
Geburtsdatum:	31. März 1927
Besuchte Schulen: 1934 - 1940	Primarschule in Kriens
1940 - 1946	Kantonsschule Luzern
mit Maturitätsprüfung nach Typus C als Abschluss	
1946 - 1948	E.T.H. (Abtl. f. Bauingenieurwesen)
1948 - 1954	Universität Zürich
	Phil. Fakultät II; Abtl. Physik
1952	Erwerb des Diploms für das höhere Lehramt.

Stellung: Seit 1951 Assistent bei Prof. H.H. Staub unter dessen Leitung die Dissertation entstanden ist.

Besuchte Vorlesungen und Uebungen bei folgenden Dozenten der Universität Zürich:
Prof. Staub, Heitler, Wäffler, Bleuler, Fueter, Meyer, Karrer, Schwarzenbach, Clusius, Nevanlinna, Finsler.

